Habilitation à Diriger des Recherches
Avis de présentation des travaux

Alexandre POPIER
Présentera ses travaux en vue de l'Habilitation à Diriger des Recherches
Le mercredi 23 Juin 2021 à 16h00
à Le Mans Université
Salle de conférences du Bâtiment IRA-Mathématiques
Composante UFR Sciences et Techniques

Le jury sera composé de :

Philippe BRIAND, Professeur des universités – Université Savoie Mont Blanc
François DELARUE, Professeur des universités – Université de Nice Sophia-Antipolis
Laurent DENIS, Professeur des universités – Le Mans Université
Emmanuel GOBET, Professeur des universités – CMAP - Ecole Polytechnique
Saïd HAMADENE, Professeur des universités – Le Mans Université
Marina KLEPTSYNA, Professeure des universités – Le Mans Université
Anis MATOUSSI, Professeur des universités – Le Mans Université
Marie-Claire QUENEZ, Professeure des universités – Université Paris Diderot Sophie Germain
Jianfeng ZHANG, Professeur des universités – University of Southern California

Résumé des travaux :

Lors de cette présentation, j'exposerai mes travaux d'une part sur les équations différentielles stochastiques rétrogrades et leurs applications en théorie du contrôle optimal, et d'autre part sur l'homogénéisation des équations aux dérivées partielles avec coefficients aléatoires.

En théorie du contrôle optimal, un système est soumis à une dynamique donnée (physique, chimique, économique, etc.) sur laquelle l'usager a une possibilité de contrôle. L'agent cherche alors à minimiser un coût (ou une énergie ou une quantité d'intérêt pour le problème). La résolution de ce type de problèmes est maintenant bien établie (programmation dynamique, équation adjointe, équation d'Hamilton-Jacobi-Bellman) et repose sur un raisonnement rétrograde en temps : schématiquement « on remonte le temps » partant du coût terminal (principe du maximum de Pontryagin). Si le système est soumis à des perturbations aléatoires, les équations obtenues sont dites stochastiques rétrogrades.

Dans mes travaux, j'étudie plus spécifiquement ces équations quand la condition finale est singulière, c'est-à-dire que la solution peut « exploser » à l'instant final. Dans la première partie, j'exposerai les résultats obtenus sur ce problème de singularité terminale pour différents types d'équations rétrogrades. Nous verrons notamment que la non-linéarité est une propriété nécessaire pour contrôler les solutions, ainsi que les difficultés théoriques inhérentes à cette singularité.

Dans la deuxième partie, je montrerai comment utiliser ces équations pour optimiser des problèmes dans lesquels on impose une contrainte sur la valeur terminale du processus d'état (au lieu d'un coût terminal). L'agent cherche alors à atteindre une valeur fixée, ce qui revient à imposer le coût terminal infini si cette valeur n'est pas atteinte. Ce type de problème est connu depuis longtemps en mécanique (courbe brachistochrone par exemple) ou plus récemment en finance (liquidation de portefeuille). Nous ajoutons ici d'abord une composante aléatoire puis une

incertitude de Knight sur le modèle. Je développerai aussi un problème de jeux à champ moyen avec contrainte terminale. Dans ce cas, il y a plusieurs agents dont les choix vont influencer ceux des autres.

La troisième partie sera consacrée à un thème sans lien direct avec les précédents : l'homogénéisation de l'équation de la chaleur contenant un facteur aléatoire. Un matériau peut avoir une structure microscopique complexe, qui va rendre délicate la compréhension des phénomènes que l'on cherche à étudier (diffusion de la chaleur). Mais à une échelle macroscopique ce même matériau aura l'air homogène et ainsi la description de ses propriétés sera facilitée; on parle de problème homogénéisé. Par ailleurs ce même matériau peut être soumis au cours du temps à des fluctuations aléatoires avec un second paramètre d'échelle temporelle. Il y a alors une sorte de concurrence entre les deux échelles spatiale et temporelle. Le but des travaux de cette partie est de quantifier la différence entre les solutions des problèmes non homogène et homogénéisé. En effet il est important d'obtenir le développement asymptotique de cette différence et ainsi d'avoir une vitesse de convergence. Je présenterai les résultats obtenus, originaux et surprenants, le rôle des deux échelles impliquées et leur influence sur ce comportement asymptotique.

Le Mans Université
Avenue Olivier Messiaen 72085 LE MANS CEDEX 9 – 02 43 83 30 00
www.univ-lemans.fr